

## Témavezetői tájékoztatás a

„Komplex matematika-történeti és matematika-didaktikai kutatás, didaktikai indítékokkal és modern, nem-konvencionális princípiumok (mint például az indirekt-genetikus matematikaoktatás) alapján”

címmel meghirdetett kutatási témához.

Az 1. részben a „genetikus módszer” fogalomkörbe tartozó néhány fogalmat mutatjuk be egészen röviden; a 2. részben a matematikatörténet matematika-didaktikai szerepe értelmezésének bizonyos irányzatairól szólnak. (Az előforduló átfedések a self-contained megfogalmazásra való törekvésből erednek.) A 3. rész egy további fontos információt tartalmaz.

### 1.

A matematika-didaktika genetikus irányzata a nagyon erősen, olykor kizárólagosan a formális logikán alapuló oktatás ellentétéként jelent meg. (Rövid, de találó leírását l. pl. Lakatos Imre híres könyvében<sup>1</sup>, a „deduktivizmus” szóval jelölve, a II. függelék elején. A könyvben a dolgokat tartalmi kifejlődésükben bemutató genetikus módszerről is vannak találó leírások. (Azért is említjük éppen ezt a könyvet, mert bár alapjában a matematikai felfedezésről szól, nem választja ezt el lényegesen a matematika-tanulástól.)

A direkt genetikus és az indirekt genetikus módszer leírása a genetikus matematikaoktatás legnagyobb klasszikusa, Otto Toeplitz leírásában<sup>2</sup> (erősen lerövidített és egyszerűsített magyar fordításban):

A hallgatóknak közvetlenül bemutatjuk a matematikai fölfedezéseket a maguk drámaiságában, és így a problémákat, fogalmakat és tényeket keletkezésükben ismer-tetjük meg.

Magunk igyekszünk megtanulni a történeti elemzéséből, hogy mi az igazi tárgya és értelme, lényeges magja minden egyes fogalomnak, hogy azután ebből következtetéseket vonjunk le e fogalom tanítására vonatkozólag, és ez a tanítás már nem okvetlenül a történelem fonalán halad.

(Itt implicite megjelenik azoknak a megkülönböztetéseknek a szükségessége is, hogy melyik „publikum”-ra irányul az oktatási ill. oktatás-kutatási tevékenység, pl. tanulók, tanítók ill. közoktatás, felsőoktatás vagy közművelődés, ismeret-terjesztés stb.)

Ez a fogalom-mező mind a mai napig fennmaradt, és az oktatás gyakorlatában (iskolában és főiskolákon egyaránt) túlnyomóan szerepelnek a direkt-genetikus megoldások a genetikus gondolkodásmódon belül. Mi azonban abból a – ma már olykor felbukkanó – felismerésből indulunk ki, hogy ez hamis dichotómia, mert az oktatás „genetikusságát” – vagyis azt, hogy a megismerési utak fejlődés-centrikusak legyenek – kizárólagosan a tárgy reális történelméhez köti. Ennek a felismerésnek egyik megnyilvánulása, hogy terjed a historikus-genetikus és a pszichológiai-genetikus terminuspár használata is.

Amikor a kiterjesztett indirekt-genetikus elv kifejezést használjuk, akkor ezzel két princípium szerves összekapcsolására utalunk. Ezek: a Toeplitz-féle indirekt genetikus elv igenlése és a szigorú historikus korlátozás feloldása. A matematika belső komplexitása lehetővé teszi az olyan megismerési utak („történetek”) kidolgozását (didaktikai indítékokkal és céllalokkal, ) amik eltérnek a matematika „reális történelmétől”. (Ennek a rövid tájékoztatásnak a terjedelme nem engedi meg, hogy kitérjünk rá: a reális matematika-történet sok tekintetben – a nem-egyenesvonalúsága, a téveszmék jelentős szerepe, a didaktikai indítékok hiánya stb. miatt – nem is alkalmas arra a szerepre, amit a szigorú historikus elv előírna.)

A historikus elv merev kizárólagosságának feloldása nem csorbítja, hanem növeli a matematikatörténet jelentőségét a matematikaoktatás felépítése és az oktató felkészülése tekintetében, sőt bizonyos vonatkozásokban nagyobb igényű tanulmányozást kíván; ui. ebből ismerhetők meg mélyebben az olyan fogalmi nehézségek, amelyek a tanulók szempontjából szinte szükségszerűen lépnek föl, leküzdésükre viszont a legtöbb esetben didaktikailag alkalmatlan lenne a historikus felépítés.

A „Deák Ervin: „A matematikatudomány története” c. két féléves, kötelező kurzus következetes felépítésben nyújt módszerbeli alapot és a terjedelemből képest gazdag, sokrétű anyagot a matematika-történet ilyen szellemű tanulmányozásához.

A fent közölt idézetekből kitűnik, hogy Toeplitz maga is felismerte annak jelentőségét, hogy ne korlátozzuk a genetikus módszert a szigorú historizálásra. Igaz, hogy ezt az elvet ő még nem realizálta tényleges didaktikai kidolgozó munkákkal. Ilyenekkel a „Deák Ervin: Az indirekt-genetikus módszer” sorozatcím alatti négy opcionális kurzusban találkozhatnak közvetlenül a doktoranduszok, ahol az iskolai matematika egy-egy részterületén sokrétű, gazdag módszertani feldolgozásban eredeti nem-historikus – de történeti háttérrel indirekten felhasználó – alapeszmékből kiinduló építkezés folyik, következetes kiterjesztett-indirekt-genetikus szellemben. Ezekben a kurzusokban ugyanakkor több más, egybehangolt, fontos matematika-didaktikai princípium elvi alapját is ismertetjük, és instruktív mintákat adunk ezek oktatási realizálására.

<sup>1</sup> LAKATOS Imre: Bizonyítások és cáfolatok. A matematikai felfedezés logikája. Gondolat 1981. (LAKATOS, Imre: Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery. Cambridge 1976.)

<sup>2</sup> TOEPLITZ, Otto: Das Problem der Universitäts-Vorlesungen über Infinitesimalrechnung und ihre Abgrenzung gegenüber der Infinitesimalrechnung an den höheren Schulen. (A differenciál- és integrálszámításról szóló egyetemi kurzusok problematikájáról, és annak a középiskolai oktatással szembeni elhatárolásáról.) DMV-Jahresberichte, Bd. 36, 1927, 88-100.

I. Meg kell különböztetni a didaktikai célzatú matematikatörténeti kutatásokat aszerint, hogy a kívánt eredmények melyik „célközönség”-nek szólnak:

Ia. Matematikatörténeti részletek a tananyagban és a kiegészítő anyagokban (mint például szakköri- és versenyanyagok), vagyis közvetlenül a tanulók számára.

Ib. Matematikatörténet a tanárok számára (vagyis olyan háttéranyagok, amelyek nem okvetlenül a tanulónak közvetítendőek; a tanulókra áttételesen tudnak hatni, s a kutatói feladat éppen ezeknek az „áttételeknek” a fölfedezése és kidolgozása).

Ic. Matematikatörténet a tanárok kiképzésében (ezzel foglalkozó egyetemi oktatók számára).

Id. Matematikatörténet a matematika-didaktikai kutatás egyik háttéréként (kutatók számára).

Ezzel a szétválasztással

- az egyes területeken fogalmilag tisztábbá, mélyebbé és eredményesebbé válik a kutató gondolkodás;
- a fogalmi megkülönböztetés önmagában is értékes kutatás tárgya lehet.

Természetesen a legtöbb történeti érdeklődésű kutató az Ia. területen dolgozik. Érdemes lenne egy-két ilyen érdeklődésű doktorandusznak a nehezebb és mélyebb Ib–Id. irányokat is a figyelmébe ajánlani.

II. Annak kutatása, hogy mikor és miként szűrődtek be a matematika-oktatásba és a matematika-didaktikai gondolkodásba a matematika fejlődésének bizonyos fázisaiban olyan alapeszmék, gondolkodási formák, matematikai eredmények, amelyek azután merev és nagyon erősen ható hagyományokká rögzültek; sok száz – olykor több ezer év után az ilyen – általában nem tudatos – hagyományok pozitív és negatív hatásuk is lehetnek. A javító célzatú didaktikai munka szempontjából különösen a negatív hatásuk az igazán érdekesek; ezek kevésbé kutatottak, nehezebben feltárhatók, jelentőségük viszont igen nagy, mert lényegesen és hátrányosan befolyásolják a didaktikai munka minden fázisát, anélkül, hogy ez tudatossá válna a közreműködőkben.

III. A matematika-történet matematika-didaktikai szerepe tekintetében megkülönböztetendő, hogy a matematikatörténetből módszertani eszközöket kívánunk meríteni (itt a „módszertan” szóval a matematika közvetítésére utalunk) vagy magának az iskolai matematikának mint matematikának a változtatására kiható indítékokat. (Itt nem egyszerűen egy-egy témakörnek a tantervi felvételéről vagy elhagyásáról van szó, ami általában nem tudományos kérdés, hanem valamely célszerűség ill. kényszer követése.)

IV. A matematika-történet – ritkábban művelt, egyaránt mélyebb és szélesebb körű matematikai felkészültséget igénylő – eszmetörténeti ágában folytatott kutatói tevékenység jelentősen hozzájárulhat nem-történeti (ti. a jelenkori tanulóknál végbemenő) matematikai kognitív folyamatok feltárásához. Ebből egyébként nem következik, hogy történetileg eredményes fejlődési folyamatokat kellene – vagy egyáltalán lehetne – az iskolai matematika struktúráiba beültetni; az eredmények didaktikai értékesítése általában nem ilyen közvetlenül, hanem többé-kevésbé áttételesen lehetséges.

V. A matematika-történet és a matematika-didaktika kapcsolatának eklatáns példái: a matematika-oktatás genetikus elvére ill. a „fundamentale idea” (Fundamentale Idee) elvére épített modern irányzat; ui. ezeknek közös princípiuma valamiféle „történetiség”. (Ezek az irányzatok is a matematika-didaktikai kutatás „nem-módszertani” ágaihoz tartoznak, a III. pontban jelzett értelemben; ez egyébként nem stenderd szóhasználat.)

VI. Az eddig említettekől különböző kutatási területek: a matematika-oktatás története és a matematika-didaktika (mint tudományos diszciplína) története. Ebben a vonatkozásban a legérdekesebb pedig ezeknek a matematikatudomány történetével való kapcsolódásait vizsgálni.

VII. A modern, tudományos igényű matematika-didaktikai kutatásnak van néhány, Magyarországon kevésbé ismert irányzata. Ezek nincsenek jelen a szakmai köztudatban (nincsenek hagyományaik, neves személyiségeik, általában nem vagy alig jelennek meg a matematikatanár-képzés módszertani tematikájában, nem jelennek meg sem a matematikus doktori iskolák létező matematika-didaktikai alprogramjainak doktorandusz-kurzusaiban, sem a phd-disszertációk témaválasztásánál, és nincsenek a magyarországi tudományos könyvtárak gyűjtőkörében), bár nemzetközileg már szinte klasszikusnak számító, fontos és tekintélyes kutatási területek. Ezek közül azokat emeljük itt ki, amelyek – különböző módon, de egyaránt erősen össze vannak kötve a matematikatörténet didaktikai értékesítésével is:

- a „genetikus matematika-oktatás” princípiuma;
- a „konstruktív matematika-oktatás” princípiuma;
- a „Fundamentale Idee (német), Fundamentale Idee (angol)” princípiuma.

Fogalmilag talán így lehetne ezeket (ha nem is teljesen kategorikusan) elkülöníteni: Olyan irányzatokról van szó, amelyek a matematika-oktatás problémáit elsősorban az oktatott matematika (annak mélyebben fekvő és ritkán analizált gondolati struktúrái) felől és nem annyira a matematika közvetítésének oldaláról közelítik meg. (Az egyes irányzatok leírása hosszabb kifejtést igényelne.) Mindegyikben adódnak ígéretes kutatási lehetőségek azáltal, hogy újraértelmezzük, továbbfejlesztjük bennük a matematikatörténet fölhasználásának a módját.

Ez a kiválasztás a matematika-didaktikai kutatási irányok rengetegéből természetesen nem valamely értékítéletet tükröz, hanem szigorúan csak az említett szempontokat követi.

VIII. Az ajánlott kutatási irányok rövid, utalásszerű jellemzése:

– Műfajilag: a népszerűbb kumulatív ill. anekdotikus matematikatörténet helyett a Magyarországon kevésbé művelt eszmetörténeti feldolgozás preferálása.

– Tematikailag: azoknak a konkrét eszmetörténeti vonulatoknak a (nem kizárólagos) preferálása, amelyek a II. alatti értelemben lényegesen kihatnak a mai matematikaoktatásra is.

– A matematikatörténet és a matematika-didaktika kapcsolatát tekintve: az Otto Toeplitz (a terület klasszikusa) által definiált és megalapozott, elterjedt „direkt genetikus módszer” helyett a szintén általa kezdeményezett, mélyebb és egyúttal átfogóbb, még sok értékes kutatási lehetőséget kínáló „indirekt genetikus módszer” művelése.

### 3.

Ennek a témának a művelése olyan doktoranduszoknak ajánlható, akik számára nem idegen a német nyelv (legalább is a szűkebb értelemben vett szakmai szövegek olvasása tekintetében). Megjegyezzük, hogy mindét témavezető képes és hajlamos is rá, hogy ebben folyamatosan és szisztematikusan segítséget nyújtson.

2017 március