

Elemi matematika 4. kitűzött feladatok:

Sorozatok:

Egységes érettségi feladatgyűjtemény I.(középszintű) K: 1471, 1474, 1475, 1478, 1479, 1480, 1511, 1520, 1536, 1563, 1579, 1612, 1613

Készüljünk az érettségire matematikából emelt szinten E: 213, 215, 216, 218, 220, 222

Matematika feladatgyűjtemény II.(zöld fehér csíkos) Z: IV/ 2, 6, 12, 16, 23, 25, 29, 47, 48, 68, 69

További feladatok:

1. Számold ki az alábbi kifejezés értékét: $1-2+3+4-5+6+7-8+9+10-11+\dots+100$
2. A szultánnak 143 felesége volt. 1000 napon keresztül adót szedett, az első napon 144 aranyat, majd minden nap 1 arannyal többet, amint az előző napon. Az így beszedett adót egyenlően szeretne volna szétosztani a feleségei közt. Sikerült vajon?
3. Számold ki a következő összeg pontos értékét:
$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{1998}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \dots + \frac{2}{1998}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{5} + \dots + \frac{3}{1998}\right) + \dots + \left(\frac{1997}{1998}\right)$$
4. II. Pomádé király halálosan gyűlölte elődjét I. Pomádét, ezért országában betiltotta az 1 számjegy használatát. Attól kezdve a következőképpen számoltak: 2,3,4,5,6,7,8,9,20,22,23,...
Mi volt ebben a számsorban az 1998. helyen álló szám?
5. A következő sorozatban minden elem az előző kettő szorzata: 1, -1, -1, 1, -1, ...
Milyen szám áll a sorozatban az 1993. helyen?
6. Figyeljük meg a következő érdekes összegeket:

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 3 + 5$$

$$3^3 = 7 + 9 + 11$$

$$4^3 = 13 + 15 + 17 + 19$$

$$5^3 = 21 + 23 + 25 + 27 + 29$$

Tudnád-e folytatni a sort?

7. Mutassuk meg, hogy n^k mindig előállítható n egymást követő páratlan szám összegeként!
8. Keress szabályt, majd folytasd a sorozatot: 1992, 1971, 1953, 1935, 1917, ...
9. Határozzuk meg azt a sorozatot, amelyben bármely n -re az első n elem összege $3n^2$!
10. Mutassuk meg, hogy a Fibonacci sorozat elemeire teljesül az $F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2 = F_n \cdot F_{n+1}$ összefüggés!

Függvények:

K: 1034, 1036, 1038, 1048, 1055, 1058, 1073, 1097, 1099, 1119, 1124, 1125, 1131, 1146, 1169, 1170, 1177, 1186, 1187, 1251, 1257, 1264, 1281, 1282, 1286, 1303, 1304, 1329, 1330, 1334, 1343, 1351, 1352, 1355, 1365

E: 191, 194, 196, 200, 203, 204, 206, 224, 231, 232, 237

Z: I/ 3, 4, 9, 12, 13, 14, 21, 23, 25, 27, 32, 34, 45, 46, 75, 90, 91, 93, 99, 183, 188, 191, 302, 303, 347, 348, 350, 351, 352, 357, 360

II/ 65, 67, 69, 71, 75, 81, 82, 154, 158, 168, 173, 176, 182, 184, 188, 191, 200, 206, 210, 224, 225

További feladatok:

1. Döntsd el melyek igazak a következő állítások közül! A hamisakat próbáld meg kijavítani!
 - Két elsőfokú függvény grafikonjai közti távolságot a képletükben szereplő konstansok különbsége fejezi ki.
 - Az $r \mapsto 2r\pi$ függvény (r tetszőleges pozitív szám) grafikonja kör.
 - Az $x \mapsto -|x|, x \in \mathbb{R}$ függvénynek van szélsőértéke.
 - Egy függvény inverzének grafikonját az eredeti grafikon x -tengelyre való tükrözésével kapjuk.

- Azt tartja a néphit, az a helyes, ha a menyasszony félannyi idős, mint a vőlegény és még 7 esztendő. Írjuk le a függvényt képlettel és nyíldiagrammal is!
- A gépkocsi benzinfogyasztását tele tanktól tele tankig szokták mérni, azaz minden tankolásnál feljegyzik a kilométeróra állását és a tankolt benzin mennyiségét. Állapítsd meg a benzinfogyasztást a következő táblázat alapján!

Megtett út (km)	160	230	390	125
Tankolt mennyiség (l)	12.8	18.4	31.2	10.0

- Fejezzük ki egy derékszögű háromszög területét a két befogó függvényeként! Mi a kapott függvény értelmezési tartománya ill. értékkészlete? Szűkítsük az értelmezési tartományt úgy, hogy csak az egységnyi átfogójú derékszögű háromszögekre vonatkozzon. Mi az így kapott függvény maximuma?
- Legyen $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x))$, ahol $n = 1, 2, 3, \dots$ és $f_0(x) = \frac{1}{1-x}$. Számítsuk ki $f_{1994}(1993)$ értékét!
- Határozzuk meg az összes egészen értelmezett, egészértékű függvényt, amely minden x -re kielégíti a $3f(f(x)) = 2f(x) + x$ egyenlőséget!
- Melyek azok az $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények, amelyek minden x, y -ra kielégítik az $f(x) + f(g(y)) = x + y$ egyenlőséget?

Halmazok:

K: 4, 6, 7, 13, 16, 30, 32, 43, 51

E: 1, 3, 5, 9, 11, 14, 15, 16

Z: I/ 1, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14

További feladatok:

- Lehetséges-e a 987654321 számjegyeket + jelekkel elválasztani úgy, hogy az összeadás eredménye 99 legyen? Hogyan?
- Mennyivel illetve hányszorosára növekszik az a természetes szám, amelyhez jobbról hozzáírunk 4 db 0-t?
- Hogy lehetne leggyorsabban kiszámítani a következő szorzat értékét?

$$(-0.25) \cdot (+0.5) \cdot (+4) \cdot (-17) \cdot (-2)$$
- A $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ kifejezésben tegyél ki zárójeleket úgy, hogy az eredmény 23 ill. 75 legyen!
- Milyen eljárással osztható el 5 szelet csokoládé 12 gyerek közt igazságosan úgy, hogy egyetlen csokit se kelljen 12 részre törni?
- Milyen alakzatot alkotnak a térben az egy adott egyenestől 5 cm távolságra levő pontok?
- Adott a síkon egy e és egy f egyenes. Keresd meg az összes olyan pontját a síknak, amelyre igaz, hogy az e -től 1cm-re vagy az f -től 2 cm-re van? Melyek azok, amelyek az e -től 1 cm-re és az f -től 2 cm-re vannak?
- Andris az $\{1, 2, 3, 4\}$ halmaz összes részhalmazát felírta egy-egy piros cédulára. Ezután egyenként a piros cédulákon szereplő halmazok összes részhalmazait írta fel egy-egy kék cédulára, majd azok részhalmazait zöld cédulákra írta. Hány zöld cédulája lett végül Andrisnak?
- Igazak-e a következő, tetszőleges halmazokra vonatkozó állítások?
 - $\text{Ha } \emptyset \neq A \times B \subset C \times D \Rightarrow A \subset C, \text{ és } B \subset D.$
 - $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$
 - $(A \cup B) \times C = (A \cup C) \times (B \cup C)$
 - $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$
- Legyenek f és g tetszőleges függvények. Milyen feltételek mellett lesz $f \cap g$ ill. $f \cup g$ szintén függvény?