

Bevezető matematika dolgozat
Matematika BSc szakosok számára
2006. október 27.

1. a) Az a valós paraméter mely értéke mellett lesz két egyenlő gyöke az alábbi egyenletnek:

$$x^2 - ax + 4 = 0 \quad 4 \text{ pont}$$

b) A pozitív valós p paraméter mely értékeire oldható meg az egyenlet? Adjuk meg az egyenlet megoldáshalmazát!

$$2 \lg x - \lg(x - 1) = \lg p \quad 6 \text{ pont}$$

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet és egyenlőtlenséget:

$$a) \sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \sin |x| \quad b) \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} \geq 1 - x \quad 8 + 6 \text{ pont}$$

3. Oldjuk meg a racionális számok halmazán a következő egyenletet:

$$(\sqrt{27} - 4)x + (\sqrt{12} - 3)y = \sqrt{48} - 5 \quad 12 \text{ pont}$$

4. Bizonyítsuk be, hogy az x minden valós értéke mellett:

$$\cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad 8 \text{ pont}$$

5. Egy sorozat első n tagjának összege $3n^2$ minden pozitív n egész számra. Igaz-e, hogy ez egy számtani sorozat? Ha igen, határozzuk meg a sorozat n -edik tagját n függvényében!

12 pont

6. Lehet-e négyzetszám az a pozitív egész szám, amelynek tízes számrendszerbeli alakjában 510 darab 1-es és valahány 0 szerepel?

8 pont

7. Döntse el, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak! Állítását indokolja!

a) Ha egy hatszögnek a szemköztes oldalai párhuzamosak, akkor szabályos.

b) Ha egy csoportban 14 tanuló van, akkor biztosan van köztük legalább 3, akiknek ugyanabban a hónapban van a születésnapja.

c) Ha egy hatszög szabályos, akkor vannak párhuzamos oldalai.

d) Ha egy csoportban 2 tanuló van ugyanabban a hónapban van a születésnapja, akkor legalább 13 tanuló van a csoportban.

3 + 3 + 3 + 3 pont

8. Számítsuk ki az $y - 10^{-9}x = 10^{-6}$, az $y = 10^{-6}$ és a $2y = 10^{-9}x + 10^{-6}$ egyenesek által közrezárt háromszög területét!

12 pont

9. Egy lóversenyen 3 lóra fogadnak. Ha az első nyer, akkor a rá tett összeg kétszeresét; ha a második nyer, az erre tett összeg négyszeresét, ha a harmadik, az erre tett összeg nyolcszorosát kapják. Mekkora összeget kell tenni egy-egy lóra, hogy bármelyik fusson is be elsőnek, 100 Ft nyeresége legyen a fogadónak?

12 pont

Semmiféle nyomtatott vagy elektronikus segédeszköz nem használható. A dolgozatírás időtartama 120 perc.