

Szintfelmérő dolgozat matematika Bsc szakosoknak
2007. február

1. Adjunk meg két darab olyan $\frac{a}{b}$ alakú törtet, melyek biztosan a $\frac{4}{113}$ és $\frac{5}{113}$ közé esnek (ahol a és b pozitív egészek). A választ indokoljuk! (5 pont)

2. Egy számtani sorozat első eleme -2 , a negyedik 16. Szerepel-e a sorozat elemei között
a) 11998;
b) 11996?

Ha igen, az hányadik eleme a sorozatnak? (7 pont)

3. Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

a) $x - \sqrt{x} - 2 = 0$. (6 pont)

b) $-\sin x - \cos^2 x - 1 = 0$ (8 pont)

c) $\log_x 9 - \frac{2}{\log_x 9} - 1 = 0$ (8 pont)

4. Hány megoldása van a $\sin 2x = \sin x$ egyenletnek a $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ intervallumon? (8 pont)

5. Öt cédulára felírtuk az 1, 2, 3, 4, 5 számokat, majd az összekevert cédulákat véletlenszerűen egymás mögé téve egy ötjegyű számot kaptunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az így kapott szám osztható 6-tal? (10 pont)

6. Egy háromszögről tudjuk, hogy az oldalaira fennáll, hogy $a^2b^2 + c^4 = b^4 + a^2c^2$. Tudjuk azt is, hogy az egyik szöge 120° -os. Mekkora lehetnek a háromszög további szögei? (12 pont)

7. Az $f(x) = x^2 + 2x + c$ függvényt a valós számok halmazán értelmezzük. Hogyan kell megválasztani a c értékét ahhoz, hogy

a) a függvény grafikonja érintse az x tengelyt; (3 pont)

b) a függvény minimuma -5 legyen; (3 pont)

c) a függvény értékkészletébe csak negatív számok tartozzanak? (3 pont)

A válaszokat indokoljuk!

8. Melyik igaz, melyik hamis az alábbi állítások közül?

a) Ha egy négyszögben két-két szög egyenlő, akkor az paralelogramma. (3 pont)

b) Van olyan paralelogramma, amelynek négy szimmetriatengelye van. (3 pont)

c) Ha egy paralelogramma oldalai egyenlő hosszúak, akkor átlói merőlegesek. (3 pont)

d) Ha egy paralelogramma átlói egyenlő hosszúak, akkor oldalai merőlegesek. (3 pont)

A válaszokat indokoljuk!

9. Tekintsük a Descartes koordináta-rendszer $A(20;6)$, $B(24;-6)$ pontjait. Adjuk meg a sík összes olyan

a) négyzete; (6 pont)

b) szabályos háromszöge (9 pont)

további csúcsainak koordinátáit, amelyben A és B is csúcsok, mégpedig szomszédosak.

Semmiféle nyomtatott vagy elektronikus segédeszköz nem használható. A dolgozatírás időtartama 120 perc.