

Matematika záródolgozat a Matematik Bsc szakon.

2006. 12. 16.

1. Az alábbi egyenletek mindegyikéről döntse el, hogy azonosság-e a valós számok halmazán. (Indokoljon!)

a) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

b) $\log_{10}^2 x = 2 \cdot \log_{10} x$

3+3pont

2. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán.

a) $(x - 2)^2 | \cos x | = \cos x$

10 pont

b) $\{x\} = \frac{1}{5}x$

12 pont

(Az x tört része: $\{x\} = x - [x]$, $[x]$, az x egész része, jelenti az x -nél nem nagyobb egészek közül a legnagyobbat.)

3. a) Van-e olyan x valós szám, amelyre teljesül, hogy $x < x^3 < x^4 < x^2$? (Indoklással)

8 pont

b) Tekintsük az $f(x) = x^2 - 100$ függvényt. Melyik a legkisebb egész szám, amelyre a függvény értéke negatív? Ábrázolja a függvényt!

4 pont

c) Mely pontokban metszi a derékszögű koordináta-rendszer x és y tengelyét az $f(x) = \log_2(x + 8)$ függvény grafikonja? Ábrázolja függvényt!

6 pont

4. A derékszögű koordináta-rendszer síkjában mely $(x; y)$ pontokra teljesül a következő egyenlet. Ábrázolja a kapott ponthalmazt a koordináta-rendszerben!

a) $x + |x| = y + |y|$

9 pont

b) $x^2 - y^2 = x - y$

7 pont

5. Egy dobozban 5 piros és 8 kék golyó van. Három golyót véletlenszerűen kivesszünk a dobozból. Legalább és legfeljebb mennyi annak a valószínűsége, hogy a negyedik húzásra piros golyót húzunk?

10 pont

6. Egy számtani sorozat első tagja 0, differenciája 6. Van-e olyan k egész szám, amelyre teljesül, hogy a sorozat második, negyedik és a k -adik tagja egy mértani sorozat szomszédos elemei?

8 pont

7. Mely n természetes számokra lesz $n^3 - n^2 + n - 1$ prímszám?

8 pont

8. Melyik igaz, melyik hamis az alábbi állítások közül? Válaszait indokolja!

(a) Van olyan deltoid, amely valamelyik átlójának behúzásával felbontható két egybevágó háromszögre.

3 pont

(b) Minden deltoid felbontható valamelyik átlójának behúzásával két egyenlő szárú háromszögre.

3 pont

(c) Ha egy deltoid húrnégyszög, akkor van két szemközi derékszög.

3 pont

(d) Ha egy húrnégyszögben két szemközi szög derékszög, akkor a négyszög deltoid.

3 pont

A dolgozat megírására 120 perc áll rendelkezésre. A feladatok megoldáshoz semmiféle segédeszköz nem vehető igénybe. (Sem nyomtatott, sem elektronikus.) A meg nem engedett eszközök használata automatikusan „nem felelt meg” értékelést von maga után.