A fogalmak tanításával kapcsolatos feladattípusok

Exponenciális függvény

1. Bevezető feladat

Az $f(t) = 50 \cdot 0{,}8^t$ függvény leírja hogyan hűl le egy termoszban a kávé. Az időt órában, a kávé hőmérsékletét Celsius fokban mérjük.

a. Készítsen értéktáblázatot! t-nek 0, 1, 2, 3, 4, 5 órát válasszon.
b. Számítsa ki f(-1), f(-2), f(-3) értékét. Értelmezze ezen adatokat mint hőmérsékleteket.
c. Adja meg az f(t) függvény értelmezési tartományát, ha 95 Celsius fokos forró kávét öntünk 10 Celsius fokos külső hőmérséklet mellett a termoszba.
d. Mekkora lesz a kávé hőmérséklete 20, 30, 45 perc illetve 1,5 óra múlva?
e. Ábrázolja a feladatban szereplő összes értékpárt derékszögű koordinátarendszerben. Kösse össze a pontokat és indokolja meg, hogy a pontok összekötése értelmes dolog!

2. Fogalom definiálása.

Ha több bevezető feladat szerepel, célszerű a tanulókkal megfogalmaztatni a definíciót.

Az $f(t) = c \cdot a^t$ alakú függvényeket ($a > 0$ és $a \neq 1$) exponenciális függvényeknek nevezzük.

3. Fogalomazonosítási feladatok

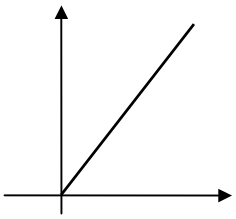
I. Válassza ki az exponenciális függvényeket!

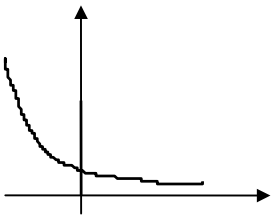
$f(x) = cx + a$	$g(x) = 0{,}5^x$	$h(x) = 100 \cdot 0{,}5^x$	$i(x) = x^2$
$j(x) = 20^x$	$k(x) = c \cdot a^x$	$l(x) = 5\,x^3$	$m(x) = 3 \cdot 5^x$

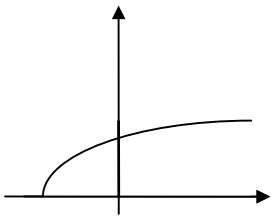
II. Az alábbi kapcsolatok közül válassza ki azokat, melyeket exponenciális függvény ír le.

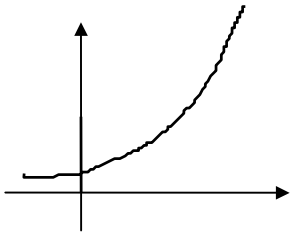
1. Négyzet oldala és területe.
2. Évi 10%-os kamatra beteszünk 20 000 forintot az OTP-be. Idő és a kamatokkal megnövelt összeg kapcsolata.
3. Afrika lakossága évente átlagosan 3%-kal nő. Idő és a lakosság száma közötti kapcsolat.
4. Autó fékezése esetén a megtett út és idő kapcsolata. (állandó gyorsulást feltételezünk)
5. A rádióaktív izotóp felbomlása.

III. Válassza ki az alábbi grafikonok közül azokat, melyek egy exponenciális függvény grafikonja lehetnek.









4. Fogalomrealizálási feladatok

Adjon meg két exponenciális függvényt háromféle reprezentációban.

a. Konkrét, valódi szituáció

b. Grafikon

c. Szimbólikus forma

5. Fogalom beágyazása fogalomhierarchiába, osztályozás

I. Venn diagram segítségével ábrázolja a hozzárendelések, függvények, exponenciális függvények kapcsolatát!

II. Ábrázolja a monoton, szigorúan monoton és az exponenciális függvények kapcsolatát!

6. Definíció következményeinek levonása.

a. A c konstans meghatározása

$f(0) = c \cdot a^0 = c$

b. A függvény tetszőleges h időközönkénti megváltozása.

$f(t+h) = c \cdot a^{t+h} = c \cdot a^t \cdot a^h = f(t) \cdot a^h$

A szorzótényező konstans lesz.

Ennek ekvivalens kifejezési formája

$\frac{f(t+h)}{f(h)} = a^h$ amit növekedési faktornak is nevezünk.

c. $f(t_1 + t_2) = c \cdot a^{t_1+t_2} = c \cdot a^{t_1} \cdot a^{t_2}$

$f(0) \cdot f(t_1 + t_2) = f(t_1) \cdot f(t_2)$

8. Alkalmazási feladatok

1. A rádióaktív sugarak intenzitása betonban haladva a *d* távolsághoz viszonyítva exponenciálisan csökken. A d=25cm távolságban az eredeti intenzitásérték 1%-ára csökken az intenzitás. Milyen d értékre csökken az eredeti intenzitás 10%-ára, illetve az eredeti érték 0,01%-ára az intenzitás? Hogyan értelmezhetjük a "felezési vastagság" fogalmát egy adott anyagra vonatkozólag?

2. Egy baktérium tenyészetben N_o baktérium található. 2 óra elteltével 800, újabb 2 óra elteltével 2500 baktériumot állapítottak meg. Hány baktérium volt kezdetben és hány 9 órával a kezdet után, ha ezen időre exponenciális növekedést tételezünk fel?

3. A légkörben és minden élő organizmusban ugyanazon konstans arányban található a C14 -es rádióaktív szénizotóp, melynek felezési ideje kb. 5760 év. Az élő organizmus kihalása után a C14 rész exponenciálisan csökken.

Egy Hammurábi idejéből való babilóniai város ásatásai során 1950-ben talált fadarabban az eredeti C14 mennyiség 64%-a volt meg. Mikor élt Hammurábi király?