

Matematika szintfelmérő

2007. március

1. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\frac{3}{x} - 2y = 1, \quad -2x + \frac{3}{y} = 3. \quad (9 \text{ pont})$$

2. A x mely valós értékeire igazak az alábbi egyenletek?

$$a) \frac{9^x}{4^x} + \frac{4^x}{9^x} = \frac{13}{6}, \quad b) \frac{2x^2 + 4}{3x + 2} + \frac{3x + 2}{2x^2 + 4} = \frac{13}{6}. \quad (12 \text{ pont})$$

3. Egy egyenlőszárú háromszög súlyvonalainak a hossza 90, 51, 51 hosszegység.

a) Mekkora a háromszög területe? (4 pont)

b) Mekkora a a súlyvonalakból alkotott háromszög területe? (3 pont)

c) Általánosítsunk! Mekkora egy háromszög területének és a súlyvonaláiból alkotott háromszög területének az aránya? (8 pont)

4. Egy mértani sorozat első eleme 3, n -edik eleme 13. Az első n elem reciprok értékeinek összege 8. Számítsa ki a mértani sorozat első n elemének összegét! (14 pont)

5. Ábrázolja a derékszögű koordináta-rendszerben az alábbi formulákkal megadott alakzatokat, ha az a valós paraméter.

$$x^2 + y^2 + 2x \leq 1, \quad x - y + a = 0.$$

Az a valós paraméter mely értékeire lesz a két alakzatnak egy közös pontja? (16 pont)

6. A x mely valós értékeire igazak az alábbi egyenletek?

$$a) (\sin^2 x - \sin^4 x) : \sin^2 2x = 0,25 \quad (6 \text{ pont})$$

$$b) \sin x + \cos x = \sqrt{2} \quad (6 \text{ pont})$$

$$c) \sin 3x = \cos 2x \quad (6 \text{ pont})$$

7. Határozza meg azokat az a és b egész számokat, amelyekre teljesül, hogy

$$a + b + 20 = ab,$$

és az a , b , 21 hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető! (16 pont)

A dolgozat megírására 120 perc áll rendelkezésre.