Matematika felmérő dolgozat 2006. 09. 05.
ELTE TTK

1. a) Egy bicikli árát az árleszállítás alkalmával 20% -kal csökkentették, majd a csökkentett árat 20%-kal növelték. Hogyan változott az eredeti ára a biciklinek? 8 pont

$1{,}20 \cdot 0{,}80 = 0{,}96$, 96 százaléka az eredeti árnak.

b) Valaki egymás után kétszer fogadott a lóversenyen. Az első fogadást megnyerte, és így a pénzét bizonyos százalékkal növelte. A következő fogadáskor az előbbi százaléknál 5%-kal kevesebbet veszített. Így ugyanannyi pénze maradt, mint az első fogadás előtt volt. Hány százalékos volt a nyeresége, illetve a vesztesége? 12 pont

$\frac{(100+p)}{100}\frac{(105-p)}{100}=1$, ebből $p=25$, 25%-os volt a nyereség, 20%-os a veszteség.

2. Számológép használata nélkül bizonyítsa be, hogy $5\sqrt{2}-7$ reciproka $5\sqrt{2}+7$. 8 pont

A két szám szorzata $50-49=1$.

3. Számológép használata nélkül határozza meg az alábbi kifejezés értékét:
$\lg 6+\lg 4+\lg 20-\lg 3-\lg 16$. 8 pont

A kifejezéssel ekvivalens: $\lg\frac{6\cdot 4\cdot 20}{3\cdot 16}=\lg 10=1$.

4. Mely egész számok elégítik ki a következő egyenlőtlenséget: $|x-3|<5$? 5 pont
Az abszolút értéket átírva: $-5<x-3<5$, tehát $-2<x<8$.

5. Hol metszi a tengelyeket az $f(x)=\frac{3}{4}x-1$ függvény grafikonja? 5 pont

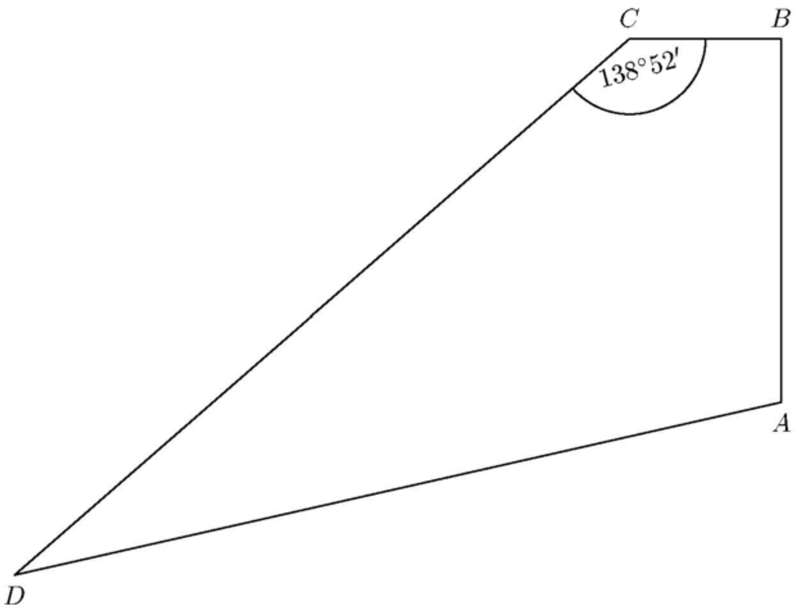
Az y tengelyt $x=0$ esetén (-1)-ben, az x tengelyt $f(x)=0$ esetén $x=\frac{4}{3}$-ban.

6. Határozzuk meg a $3+\cos x=\sqrt{4-\sin^2 x}$ egyenlet megoldásait a valós számok halmazán. 10 pont

A bal oldal értékkészlete a $[2;4]$, a jobb oldalé a $\left[\sqrt{3};2\right]$ intervallumba esik. Egyetlen közös elemük a 2. Ekkor a bal oldal szerint $\cos x=-1$, erre a jobb oldal értéke is 2. Ez $x = (2k+1)\pi$ esetén teljesül. (k tetszőleges egész szám.)

7. Egy kerékpáros A helyről észak felé indul el, és 48 km megtétele után B-be érkezik. Innen nyugat fele folytatja útját. 20 km megtétele után C-be érkezik, ahol a menetiránytól balra tér el, és a C-től 107,7 km-re fekvő D helyre ér. $BCD\angle = 138^\circ 52'$.
a) Készítsen ábrát a négy helység (A, B, C, D) elhelyezkedéséről!
b) Az adott helységek közül bármely kettő távolságát légvonalban szeretnénk tudni. Hány adat ez? (Az adatok között esetleg lehetnek egyenlők is.)
c) Határozza meg A és C helységek távolságát légvonalban! 52 km
d) Határozza meg A és D helységek légvonalban mért távolságát! 18 pont

a) (4 pont)



b) 6 adat. (4 pont)

c) Pitagorasz-tétellel: 52 km. (4 pont)

d) Az $ACD\sphericalangle$ megközelítőleg $71{,}5^\circ$, az AD oldal megközelítőleg $103{,}7$ km. (6 pont)

8. Minek van nagyobb valószínűsége: hogy egy szabályos hatoldalú játékkockával egyszer dobva hatost dobunk, vagy hogy egy szabályos érmét kétszer feldobva mindkétszer fej lesz az eredmény? Válaszát indokolja! 10 pont

Az első esemény valószínűsége $\frac{1}{6}$, a másodiknak $\frac{1}{4}$ a valószínűsége, mert az első esetben 6, a másik esetben 4 egyenlő valószínűséggel bekövetkező esemény közül egy felel meg. A második esemény bekövetkezte a valószínűbb.
Bármely rész (4 pont + 4 pont) a helyes következtetés +2 pont.

9. Egy szabályos tetraéder térfogata egy kocka térfogatának kilencszerese. Hogyan aránylik egymáshoz a tetraéder és a kocka élhossza? Pontos értéket számoljon! 16 pont

Az egység oldalhosszúságú szabályos tetraéder térfogata: $\frac{\sqrt{2}}{12}$. (4 pont)

A 9-ed ekkora térfogatú kocka élhosszúsága: $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{108}}=\frac{\sqrt[3]{\sqrt{8}}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{6}$. (10 pont)

Mivel a tetraéder élhosszúságát egységnyinek választottuk, ennek reciproka éppen a kérdezett arány: $\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$. (2 pont)