

## Bevezető matematika 9.

1. Egy sorozat tagjait az  
 (a)  $a_n = 2n - 3$       (b)  $b_n = \frac{n^2}{n+1}$       (c)  $c_n = \frac{1}{n} + 5$       (d)  $d_n = \frac{n+3}{n^2+2}$   
 képletekkel definiáljuk. Írja fel a sorozatok első 5 tagját! Írja fel a sorozatok  $k$ -adik,  $k + 1$ -edik és  $k - 1$ -edik tagjait!
2. Egy sorozat első tagja 3, a többi tagot pedig az előző tag segítségével adjuk meg:  
 $a_{n+1} = -3a_n + 2$ . Írja fel a sorozat első 5 tagját!
3. Egy sorozat első tagja 3, a többi tagot pedig az előző tag segítségével adjuk meg:  
 $a_n = 2a_{n-1} - 4$ . Írja fel a sorozat első 5 tagját!
4. Egy sorozat első tagja  $\frac{3}{2}$ , a második tagja 2 a többi tagot pedig az előző két tag segítségével adjuk meg:  $a_{n+1} = 2a_{n-1} - 3a_n$ . Írja fel a sorozat első 5 tagját!
5. Írja fel a következő sorozatok első 5, a 123-adik és 1024-edik tagját!  

$$a_n = \begin{cases} 3, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 4, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases} \quad b_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{ha } 5|n \\ \frac{1}{n^2}, & \text{ha } 5 \nmid n \end{cases} \quad c_n = \begin{cases} 3, & \text{ha } n \leq 100 \\ 4, & \text{ha } n > 100 \end{cases}$$
6. (a) Egy papírlapra felírták egy sorozat első néhány tagját: 1, 3, 5. Lehet-e a sorozat számtani sorozat? Biztos-e, hogy a sorozat számtani sorozat?  
 (b) Megtaláltuk az előző sorozat tagjait definiáló képletet:  $a_n = 8\{\frac{n}{4}\} - 1$ . Döntse el, hogy számtani sorozatról van-e szó! ( $\{x\}$  az  $x$  szám törtrésze.)
7. Döntse el, hogy a következő sorozatok közül melyik számtani, illetve melyik mértani sorozat! Számtani vagy mértani sorozat esetén írja fel a sorozat első 15, valamint első  $k$  tagjának összegét! (Zöld könyv 3478. alapján)  
 (a)  $a_n = 5n - 2$       (b)  $b_n = \frac{5}{n} - 3$       (c)  $c_n = 2 + n^2$       (d)  $d_n = \frac{n^2-9}{n+3}$       (e)  $e_n = 8$   
 (f)  $f_n = \sin n\pi$       (g)  $g_n = \frac{3^{n+1}}{2^n}$       (h)  $h_n = \log_5 3^n$       (i)  $i_n = 3^{\log_3 2^{n+5}}$       (j)  $j_n = (-1)^n$
8. Van-e olyan számtani, illetve mértani sorozat, amelyben  
 (a) a hetedik tag és a huszadik tag is negatív;  
 (b) az első tag negatív, a hetedik tag pozitív;  
 (c) az első tag pozitív és a huszadik tag negatív?  
 Állítását indokolja! (Zöld könyv 3555. alapján)
9. Egy sorozat első  $n$  tagjának összege  $3n^2$  minden pozitív egész számra. Határozza meg a sorozat  $n$ -edik tagját  $n$  függvényében! Igaz-e, hogy ez a sorozat számtani sorozat? Igaz-e, hogy ez a sorozat mértani sorozat?
10. Egy sorozat első  $n$  tagjának összege  $2^n - 1$  minden pozitív egész számra. Határozza meg a sorozat  $n$ -edik tagját  $n$  függvényében! Igaz-e, hogy ez a sorozat számtani sorozat? Igaz-e, hogy ez a sorozat mértani sorozat?
11. Írja fel a következő mértani sorozatok első 9, 23, illetve  $n$  tagjának az összegét!  
 (a)  $a_1 = 3, \quad q = 5$       (b)  $b_1 = -2, \quad q = \frac{1}{3}$       (c)  $c_1 = 7, \quad q = -\frac{3}{5}$