

Bevezető matematika 6.

1. Melyik nagyobb:

(a) $\sqrt[4]{4}$ vagy $\sqrt[5]{5}$ (b) $\lg 10^{\sqrt{2}}$ vagy $\log_{\sqrt{5}} 5$ (c) $\sin \frac{3 \cdot 2^{1000} + 1}{3} \pi$ vagy $\log_3 \sqrt{3}$?

2. Hozza a kifejezést egyszerűbb alakra! (Zöld könyv 428.)

$\log_a \frac{\sqrt{a^3} a^{\frac{1}{2}} (a^2)^3}{a^{-1}}$, ahol $a > 0$ és $a \neq 1$

3. Melyik nagyobb:

(a) $\log_7 \frac{2}{11}$ vagy $-\log_7 \frac{11}{2}$ (b) $\sqrt{\log_5 125}$ vagy $\log_5 \sqrt{125}$

(c) $\log_7 (5\sqrt{2} - 7)$ vagy $-\log_7 (5\sqrt{2} + 7)$

4. Legyen $a > 0$ valós szám. Milyen összefüggést tud mondani

(a) $\log_4 a$ és $\log_2 a$ (b) $\log_9 a$ és $\log_3 a$ (c) $\log_8 a$ és $\log_2 a$ között?

(Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I. 307.)

5. Igaz-e? ($a, b > 0, a \neq 1, k \neq 0$) (Egységes érettségi feladatgyűjtemény, Matematika I., 418., 419., 426. alapján)

(a) $a^{\lg b} = b^{\lg a}$ (b) $\log_{a^k} a^n = \frac{n}{k}$ (c) $\log_a \frac{1}{b} = \log_{\frac{1}{a}} b$

6. Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak vagy hamisak!

(a) $3^2 \cdot 3^5 = 3^{10}$ (b) $4^{\frac{1}{2}} + 9^{\frac{1}{2}} = (4+9)^{\frac{1}{2}}$ (c) Ha $a > b$ ($a, b \neq 0$), akkor $a^{-1} < b^{-1}$

(d) Ha $c > 0, c \neq 1$, akkor $\log_c \frac{3}{4} > \log_c \frac{4}{5}$ (e) Ha $c > 0, c \neq 1$, akkor $\log_c \frac{17}{11} > \log_c \frac{15}{13}$

(f) $(\frac{3}{4})^a > (\frac{4}{5})^a$ (g) $(\frac{17}{11})^a > (\frac{15}{13})^a$ (h) $3^5 \cdot 3^{10} = 3^{15}$

7. Mi a logikai kapcsolat a következő állítaspárok között? (Melyikből következik a másik?)

(a) **P:** $n^2 > 100$ **Q:** $n > 7$ (b) **P:** $n^2 > 100$ **Q:** $n > 10$

(c) **P:** $n^2 > 100$ **Q:** $n > 17$ (d) **P:** $\sqrt{n} > 20$ **Q:** $n > 500$

(e) **P:** $\sqrt{n} > 20$ **Q:** $n > 100$ (f) **P:** $\sqrt{n} > 20$ **Q:** $n > 100$

(g) **P:** $10^x < 8$ **Q:** $\lg x < 1$ (h) **P:** $\frac{5}{n} < 100, (n > 0)$ **Q:** $n > 100$

(i) **P:** $2n^2 + 3n + \frac{5}{n} > 100$ **Q:** $n > 10$

8. Számológép használata nélkül végezze el az osztásokat!

(a) $\frac{25^3 - 7^3}{18}$ (b) $\frac{25^3 + 7^3}{32}$ (c) $\frac{8 \cdot 12^3 - 1}{23}$ (d) $\frac{27 \cdot 125 + 1}{16}$ (e) $\frac{11^3 + 1}{12}$ (f) $\frac{13^3 - 1}{12}$

9. Oldjuk meg az $\frac{2^x \cdot (x^2 + 5) \cdot \log_3 \frac{x-2}{6}}{x+10} = \frac{2^x \cdot (x^2 + 5) \cdot \log_3 \frac{x-2}{6}}{x+7}$ egyenletet! Mivel a két tört számlálója megegyezik, ezért a nevezőknek is meg kell egyezniük: $x + 10 = x + 7$, ami lehetetlen. Tehát az egyenletnek nincs megoldása. Jó-e az előbbi érvelés? Van-e megoldása az eredeti egyenletnek?