

## Bevezető matematika 5.

1. Adjon meg két racionális számot  $\frac{a}{b}$  alakban, ahol  $a$  és  $b$  egész számok, úgy, hogy mindkét szám  $\frac{4}{113}$  és  $\frac{5}{113}$  között legyen!
2. Adjon meg (a) 1000-nél nagyobb, (b) 0,001-nél kisebb irracionális számot!
3. Adjon meg két irracionális számot úgy, hogy mindkét szám  $\frac{4}{113}$  és  $\frac{5}{113}$  között legyen!
4. Alakítsa szorzattá a következő kifejezéseket!
 

(a) $x^2 - 4$	(b) $4x^2 - 9b^2$	(c) $a^3 - b^3$	(d) $x^3 - 1$	(e) $a^3 + b^3$	(f) $y^3 + 1$
(g) $8a^3 - 27$	(h) $27x^3 + 8$	(i) $8a^3 + b^6$	(j) $27a^6x^{12} - 64b^9y^{15}$		
5. Melyik nagyobb:
 

(a) $\sqrt{2}$ vagy 1,4	(b) $\frac{3}{7}$ vagy $\frac{5}{11}$	(c) $\sqrt[5]{4}$ vagy $\sqrt[4]{5}$	(d) $5\sqrt{2} - 7$ vagy $\frac{1}{5\sqrt{2}+7}$
-------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------	--
6. Gyöktelenítse a következő törtek számlálóját!
 

(a) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{11}}{3}$	(b) $\frac{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}{ab}$	(c) $\frac{\sqrt{n^2+2}-n}{5}$	(d) $\frac{\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4-2}}{5}$
------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------	---
7. Hozza a kifejezést egyszerűbb alakra! (Zöld könyv 397.)
 
$$\frac{(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}})^{-\frac{3}{4}} \cdot (a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{4}})^2}{(a^{\frac{1}{12}})^{-\frac{1}{2}}},$$
 ahol  $a$  és  $b$  pozitív számok.
8. Határozza meg a pontos értékeket számológép használata nélkül! (Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I. 295., 299., 303., 306. feladatokból.)
 
$$9^{-2}, \quad 8^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{1}{16}^{-\frac{1}{2}}, \quad \log_3 81, \quad \log_{81} 3, \quad \log_9 (-3), \quad \log_{-2} 8, \quad \log_{\sqrt{3}} 9, \quad \lg 1, \quad \lg \sqrt{10}$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad 2^{\log_2 5}, \quad 4^{\log_2 3}, \quad 5^{1-3 \cdot \log_5 2}, \quad 3^{(\log_9 16)-1}$$
9. Melyik nagyobb:
 

(a) $\log_5 7$ vagy $\log_7 5$	(b) $\log_5 \frac{1}{2}$ vagy $\log_7 \frac{1}{2}$	(c) $\log_3 (\sin \frac{\pi}{2})$ vagy $\log_5 (\frac{1}{2} \log_7 49)$
--------------------------------	--	---
10. Döntse el, hogy azon a halmazon, ahol az egyenlőség mindkét oldala értelmes, az alábbi állítások igazak vagy hamisak!
 

(a) $a^n \cdot a^k = a^{n \cdot k}$	(b) $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$	(c) $a^n + a^k = a^{n \cdot k}$	(d) $a^{n^k} = a^{n \cdot k}$
(e) $\log_a b - \log_a c = \frac{\log_a b}{\log_a c}$	(f) $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$	(g) $\log_a (b - c) = \frac{\log_a b}{\log_a c}$	
(h) $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$	(i) $(a - b)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2 - \sqrt[3]{b^2}}$	(j) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$	
(k) $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$	(l) $\log_a c = \frac{\log_b a}{\log_b c}$	(m) $\log_a c = \frac{\log_a b}{\log_c b}$	
11. Oldja meg az egyenletet a valós számok halmazán!
 
$$\sqrt{x-5} + |x-3| + \log_7 x^4 = 2\log_7 x^2$$