

Bevezető matematika 3.

- Matematika országban a bíró csak a bizonyítékoknak hisz. Például, ha L azt állítja, hogy van fekete oroszlán, akkor állításának helyességéről meggyőzheti a bírót azzal, ha mutat neki egy fekete oroszlánt.
 - F azt állítja, hogy minden oroszlán fekete. Elég bizonyíték-e, ha mutat a bírónak egy fekete oroszlánt?
 - F azt állítja, hogy minden oroszlán fekete, G pedig azt állítja, hogy F téved. Hogyan bizonyíthatná G az állítását?
 - P azt állítja, hogy a 2-re végződő négyzetszámok száma páros. Q szerint P téved. Melyikük állítása igaz? Hogyan lehet erről meggyőzni a bírót?
- Döntse el, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak! Állítását indokolja!
 - Ha egy csoportban 14 tanuló van, akkor biztosan van köztük legalább 3, akiknek ugyanabban a hónapban van a születésnapja.
 - Ha egy csoportban 2 tanulónak ugyanabban a hónapban van a születésnapja, akkor legalább 13 tanuló van a csoportban.
 - Ha $x > y$, akkor $x^2 > y^2$. (Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I., 184. alapján)
 - Ha $x > y$, és egyik szám sem 0, akkor $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$. (Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I., 185. alapján)
 - Ha $x > y$ és $a > b$, akkor $x - a > y - b$.
- Adjon meg olyan pozitív egész számot, amelyre az alábbi három állítás közül pontosan kettő igaz:
 - A:** n osztható 6-tal **B:** n nem osztható 2-vel **C:** n jegyeinek összege 12.
 - A:** n nem négyzetszám **B:** n 2-re végződik **C:** n osztható 3-mal
- Lehet-e a következő állításokba a betűk helyére olyan számokat írni, hogy a két állítás közül pontosan az egyik legyen igaz?
 - A:** $x + y = 5$ **B:** $x^2 + y^2 + 2xy = 25$
 - P:** $a - b = 10$ **Q:** $ab - b^2 = 10b$
- Képezzünk hatjegyű számokat az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből úgy, hogy minden számjegyet csak egyszer használhatunk fel. Hány ilyen számot tudunk képezni? Közülük hány lesz osztható 3-mal, 4-gyel, illetve 5-tel?
- Képezzünk hatjegyű számokat az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből úgy, hogy a számjegyeket többször is felhasználhatjuk. Hány ilyen számot tudunk képezni? Közülük hányban nem szerepel a 3-as számjegy? Hányban szerepel az 5-ös számjegy? Mi a valószínűsége annak, hogy az összes ilyen számból véletlenül kiválasztva egyet, a kiválasztott szám minden számjegye különböző lesz?
- Hány részhalmaza van a $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ halmaznak? Ezek közül hányban van benne a 2? Hányban van benne a 2 és az 5? Hányban van benne a 2 vagy a 4? Hányban nincs benne 2?
- A Fogröntgen szigeten az embereket fénykép helyett a fogászati röntgenképükkel azonosítják. Ez azért egyszerű, mert a szigeten nincs 2 olyan ember, akinek pont ugyanazok a fogai hiányoznának. Hány ember élhet legfeljebb a szigeten?