

Bevezető matematika 15.

A koordináta-geometria feladatokat Rábai Imre: Elemi matematikai példatár, Trigonometria-koordináta-geometria példatárából válogattam, vagy azok alapján írtam.

1. Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyek koordinátái ki-elégítik a következő feltételeket:
(a) $y > |2x - 4|$ és $y < -x^2 + 4x + 1$ (b) $x^2 \geq 9$ és $y^2 \geq 4$ (c) $x^2 \geq 4$ és $y^2 \geq 9$
(d) $xy(y + 1)^2 \geq 0$ (e) $|x| - 2 \leq y$ és $y^2 \leq 2|x| - x^2$
2. Egy kocka A csúcsából kiinduló élvektorok: $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$. Fejezze ki ezek segítségével az A -ból a kocka középpontjába mutató vektort!
3. Legyen az $ABCD$ négyszög AB és CD oldalának felezőpontja E és F . Bizonyítsa be, hogy $\vec{EF} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$.
4. Adott két pont: $A(3; -1)$ és $B(2; 1)$. Legyen C az AB szakasz B -hez közelebb eső harmadoló pontja. Határozza meg a A pont C -re vonatkozó tükörképét!
5. Írja fel a megfelelő egyenesek egyenletét a következő adatok alapján! (Az adott pontok az egyenes pontjai, \mathbf{v} az egyenes irányvektora, \mathbf{n} az egyenes normálvektora, m az egyenes meredeksége.)
(a) $A(2; -1), B(2; 5)$ (b) $P(3, -2), \mathbf{v}(2; 0)$
(c) $Q(-2; 5), \mathbf{n}(0, -2)$ (d) $B(4, 5), m = -\frac{1}{2}$
6. Határozza meg, hogy az $ax - 2y - 1 = 0$ és a $6x - 4y - b = 0$ egyenesek az a és b milyen értéke esetén merőlegesek egymásra!
7. Döntse el a következő kétismeretlenes másodfokú egyenletekről, hogy kör egyenletei-e! Ha igen, akkor írja fel az adott körrel koncentrikus, de kétszer akkora sugarú kör egyenletét!
(a) $x^2 + y^2 = 0$ (b) $2x^2 + y^2 + 2x - 10y + 1 = 0$
(c) $3x^2 + 3y^2 - 12y = 0$ (d) $x^2 - y^2 + 2x - 10y + 1 = 0$
8. Adott az ABC háromszög: $A(4; 6), B(-4; 0), C(-1; -4)$. Írja fel
(a) az AB oldallal párhuzamos középvonal egyenletét,
(b) az AB oldalhoz tartozó magasságvonal egyenletét; (c)* a B csúcsához tartozó szögfelező egyenletét!
Számítsa ki a háromszög területét!
9. Egy háromszög csúspontjai: $A(5; 5), B(-2; 6), C(-4; 2)$. Határozza meg a háromszög S súlypontját, M magasságpontját és a háromszög köré írható kör K középpontját! Bizonyítsa be, hogy az M, S és K pontok egy egyenesre esnek! Milyen arányban osztja S az MK szakaszt?
10. Milyen r érték mellett metszi, érinti vagy kerüli el a $3x - 4y = -1$ egyenes az $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ kört?
11. Egy kör egyenlete $x^2 + y^2 = 8$. Egy másik kör középpontja $C(-12; 0)$, sugara r . Határozza meg r értékét, ha a két körnek van az $y = x$ egyenessel párhuzamos közös érintője!