

Bevezető matematika 15.

A koordináta-geometria feladatokat Rábai Imre: Elemi matematikai példatár, Trigonometria-koordináta-geometria példatárából válogattam, vagy azok alapján írtam.

1. Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben azokat a pontokat, amelyek koordinátái kielégítik a következő feltételeket:
(a) $x + |x| = y + |y|$ (b) $x^2 - y^2 = x - y$ (c) $|x| + |y| = 4$
(d) $|x| + |y| < 4$ (e) $(x - 3)(y + 5) \leq 0$ (f) $x^2 + y^2 \leq 16$ és $y \geq -x^2 + 3$
2. Adott az $ABCD$ négyzet. Írja fel a \vec{DA} és \vec{CD} vektorokat az \vec{AC} és \vec{DB} átlóvektorok segítségével!
3. Legyen Q az $ABCD$ paralelogramma síkjában egy tetszőleges pont. Bizonyítsa be, hogy $\vec{QA} + \vec{QC} = \vec{QB} + \vec{QD}$.
4. Adott két pont: $A(3; -1)$ és $B(2; 1)$. Határozza meg az A pont B -re vonatkozó tükörképét!
5. Írja fel a megfelelő egyenesek egyenletét a következő adatok alapján! (Az adott pontok az egyenes pontjai, \mathbf{v} az egyenes irányvektora, \mathbf{n} az egyenes normálvektora, m az egyenes meredeksége.)
(a) $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ (b) $P(3, -2)$, $\mathbf{v}(2; 3)$
(c) $Q(-2; 5)$, $\mathbf{n}(3, -2)$ (d) $B(4, 5)$, $m = 2$
6. Határozza meg, hogy az $ax - 2y - 1 = 0$ és a $6x - 4y - b = 0$ egyenesek az a és b milyen értéke esetén
(a) metszik egymást, (b) párhuzamosak, (c) egybeesők!
7. Döntse el a következő kétismeretlenes másodfokú egyenletekről, hogy kör egyenletei-e! Ha igen, akkor határozza meg a kör sugarát és középpontját!
(a) $x^2 + y^2 - 4x = 0$ (b) $x^2 + y^2 + 2x - 10y + 1 = 0$
(c) $x^2 + y^2 + 10x - 4y + 29 = 0$ (d) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 15 = 0$
8. Egy egyenesen fekszenek-e az $A(0; -3)$, $B(3; 3)$ és $C(5; 7)$ pontok? Ha igen, határozza meg az egyenes meredekségét! Milyen hosszú a BC szakasz?
9. Adott az ABC háromszög: $A(4; 6)$, $B(-4; 0)$, $C(-1; -4)$. Írja fel
(a) az AB oldal egyenletét;
(b) a C csúcshoz tartozó súlyvonal egyenletét;
(c) az AB oldal felezőmerőlegesének egyenletét!
Számítsa ki a háromszög területét!
10. Írja fel az $A(-1; 0)$, $B(0; 1)$, $C(0; 2)$ és $D(0; 0)$ pontokból az $x^2 + y^2 = 2x$ körhöz húzható érintők egyenletét!
11. Határozza meg, hogy a b milyen értékei mellett lesz az $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ körnek és a $3x - 4y = b$ egyenesnek 2, 1 vagy 0 közös pontja!
12. Milyen r esetén lesz az $x^2 + y^2 = r^2$ és az $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$ köröknek 0, 1 vagy 2 közös pontja?