

Bevezető matematika 10.

- (a) Összeszoroztuk a 2 első tíz pozitív egész kitevőjű hatványát. A 2-nek hányadik hatványát kaptuk?
b) Összeszoroztuk $\sqrt{3}$ -nak az első tíz pozitív egész kitevőjű hatványát. Háromnak hányadik hatványát kaptuk? És $\frac{1}{3}$ -nak hányadik hatványa ez?
- Egy mértani sorozatban (amelyben nem szerepel a 0) az első hat tag összege -7 -szerese az első három tag összegének. Mennyi lehet a mértani sorozat hányadosa (kvóciense)?
- Van-e olyan mértani sorozat, amelyben az
(a) 27, 36, 64 (b) 1, 2, 3
számok mindegyike előfordul?
- Az a_n sorozat n -edik tagja az n indexnek másodfokú függvénye, ahol n pozitív egész szám. A sorozat első három tagja: 0, 3, 8. Határozza meg a sorozat negyedik és ötödik tagját! Írja fel az n -dik tag képletét!
- A pozitív egészek sorozatában a 2-től kezdve minden harmadik szám előjelét negatívra változtattuk. Az így kapott sorozat (1, -2 , 3, 4, -5 , 6, 7, -8 , ...) első 1000 tagja között melyik az utolsó negatív előjelű szám? Határozza meg az első 1000 tag összegét!
- Igaz-e minden számtani sorozatban, hogy
(a) $a_7 - a_6 = a_3 - a_2$ (b) $a_{13} = a_{12} \cdot a_{14}$
(d) $S_n = \frac{n}{2} \cdot [2a_1 + (n-1)d]$ (e) $S_n = \frac{a_n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$
- Igaz-e minden mértani sorozatban, hogy
(a) $\frac{a_9}{a_8} = \frac{a_8}{a_7}$ (b) $\sqrt{a_{13}} = a_{12} \cdot a_{14}$ (c) $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ (d) $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- Határozza meg 5 első n pozitív egész kitevőjű hatványának az összegét és szorzatát! (Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I. 376.)
- Határozza meg a következő állításpárok logikai kapcsolatát! (Melyik állításból következik a másik?) (Pósa Lajos: Matematika összefoglalás I. 395.)
(a) **P:** 2^{a_n} mértani sorozat **Q:** a_n számtani sorozat
(b) **P:** a_n mértani sorozat **Q:** a_n^2 számtani sorozat
(c) **P:** a_n^2 mértani sorozat **Q:** a_n számtani sorozat
(a) **P:** a_n mértani sorozat, $a_n \neq 0$ **Q:** $\frac{1}{a_n}$ számtani sorozat
- Egy mértani sorozatban $a_n = 1$, $q = 2$. Bizonyítsa be, hogy ekkor $S_{n+1} = 2S_n + 1$ minden $n \geq 2$ egész esetén, ahol S_n a sorozat első n tagjának összege!
- Hány tagot kell összeadnunk az első tagtól kezdve az $a_n = 3 \cdot 2^n$ sorozatból, hogy az összeg 1 milliónál nagyobb legyen? (Zöld könyv 3561.)
- Egy háromszög oldalhosszúságai egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Jelöljük e sorozat hányadosát q -val! Bizonyítsa be, hogy $\frac{\sqrt{5}-1}{2} < q < \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (Zöld könyv 3602.)
- Egy mértani sorozatban $a_1 + a_3 + a_5 = 63$ és $a_2 + a_4 = 30$. Határozza meg a sorozat első tagját és a hányadosát! (Zöld könyv 3575.)