

1. A fagyaltok éjszakáján egy közvéleménykutatásban vizsgált csoport 82%-ának 9 pont
ízlett az eperfagyalt, 94%-ának pedig a citromfagyalt. A két gyümölcsfagyalt
közül mindenkinek ízlett legalább az egyik. Mennyi annak a valószínűsége,
hogy egy véletlenül kiválasztott személynek mindkét gyümölcsfagyalt ízlett?
2. Határozza meg a $kx^2 - (2k + 3)x + k - 3 = 0$ egyenletben szereplő k valós 13 pont
paraméter értékét úgy, hogy az egyenletnek pontosan egy valós megoldása
legyen.
3. Oldja meg az alábbi egyenletrendszer a valós számpárok halmazán: 12 pont
 $\log_2(x + y) - \log_2(x - y) = 1,$
 $x^2 - y^2 = 2.$
4. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán: 12 pont
 $12x^{-\frac{3}{4}} - x^{-\frac{3}{8}} = 2^{-4}.$
5. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán: 13 pont
 $\cos 2x + \sqrt{\frac{1 - \sin 2x}{2}} = 0.$
6. Kovács úr a fia 6. születésnapján 200 000 Ft-ot helyezett el a bankba évi 13 pont
5,5%-os kamatra. Ezt követően a fiú minden születésnapján újabb 30 000 Ft-ot
tett az összeghez. Mennyi pénz lesz a számlájukon a fiú 18. születésnapján?
(A számlavezetési költségektől eltekintünk.)
7. Egy háromszög két csúcspontja $A(-3; 1)$ és $B(7; 7)$. A háromszög harmadik 13 pont
csúcán átmenő szögfelező egyenes egyenlete $x = -1$. Írja fel a háromszög
köré írt kör egyenletét.
8. Adott két olyan kör, amelyeknek a közös belső érintőik merőlegesek egymásra. 15 pont
Tekintsük azt a derékszögű háromszöget, amelynek derékszögű csúcsa a két
belső érintő metszéspontja, befogói a belső érintőkre, az átfogója pedig az egyik
külső érintőre illeszkedik. Bizonyítsa be, hogy ennek a derékszögű
háromszögnek a területe megegyezik a körök sugarainak szorzatával.

Kérjük, hogy minden lapon tüntesse fel a nevét.

A dolgozat megírására 120 perc áll rendelkezésre. Ennek során zsebszámológépet használhat. Minden egyéb
segédeszköz használata tilos.