

Matematika szintfelmérő 2012. szeptember fizika, földtudományi és környezettan BSC

1. Két vízzel színültig töltött henger alakú tartályból reggel 7 órakor egy-egy 8 pont
azonos teljesítményű szivattyú egyenletes sebességgel szivattyúzni kezdte a
vizet. 9 órakor a két tartályban ugyanolyan magasan állt a víz. Pontosan délben
kiürült az első tartály, 15 órakor pedig a második tartály is. Ha a második
tartály 10 méter magas, akkor milyen magas az első?
2. Egy afrikai kúszó növény elültetése után az első évben 80 centimétert nő. Ezt 8 pont
követően minden évben az előző évi növekedésének kétötödével növekszik.
Mennyit növekszik ez a növény 8 év alatt?
3. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán: 10 pont
- $$2 - \sin x = \frac{\cos^2 x}{\sin x}.$$
4. Mely valós x értékekre teljesül az alábbi egyenlőtlenség: 10 pont
- $$\frac{1}{\sqrt{2-x}} - \frac{1}{\sqrt{2+x}} \geq 0?$$
5. Egy egyenlőszárú derékszögű háromszög oldalaira négyzeteket rajzolunk. 10 pont
Mutassa meg, hogy a négyzetek középpontja által alkotott háromszög területe
fele az átfogóra rajzolt négyzet területének.
6. Egy sorozatot a következő képlettel adunk meg: 12 pont
- $$a_n = \log_2 \left(\sqrt[4]{2^n} \right), \text{ ahol } n \text{ tetszőleges pozitív egész szám.}$$
- a) Előfordul-e a sorozat tagjai között az $\frac{1}{2}$, a 16 és a 100? Ha igen, a sorozat
hányadik tagja?
- b) Határozza meg a sorozat első n tagjának összegét.
7. Egy szabályos dobókockával egymás után dobunk. Mekkora annak a 14 pont
valószínűsége, hogy a dobott számok között van legalább két egyenlő, ha
- a) négyszer dobunk?
- b) n -szer dobunk?
8. A derékszögű koordináta rendszer síkjában adott egy téglalap három 14 pont
csúcsával: $A(-2;-3)$, $B(4;-3)$, $C(4;11)$, valamint egy kör az egyenletével:
 $x^2 + y^2 - 20x - 12y + 100 = 0$.
Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely felezi a téglalapnak
is és a körnek is a területét.
9. Egy 12 cm élhosszúságú kocka minden csúcsánál levágunk a kockából egy 14 pont
olyan háromoldalú gúlát, amelynek oldalélei a kocka-élek 4 cm hosszúságú
darabjai. Mekkora a megmaradt test térfogata és felszíne? Hány csúcsa, éle,
lapja van a keletkezett testnek?