

**Matematika szintfelmérő 2010. szeptember**  
**Matematika és fizika BSc**

1. Egy matematika versenyen három feladatot tűztek ki. Az első feladatot a résztvevők 85 százaléka oldotta meg, a másodikat 80, a harmadikat pedig 75 százalékuk. Állapítsuk meg, hogy a versenyzőknek legalább hány százaléka oldotta meg mind a három feladatot. 8 pont
2. Az  $m$  valós paraméter mely értéke mellett lesz a valós számokon értelmezett  $4x^2 + mx + 1$  kifejezés minden értéke  
a) pozitív  
b) negatív? 8 pont
3. Bizonyítsuk be, hogy ha a 121 szám jegyei közé mindkét helyen ugyanannyi nullát írunk (pl. 10201, 1002001, stb.), akkor mindig egy egész szám négyzetét kapjuk. 8 pont
4. a) Egy számtani sorozatban  $a_5 = 17$  és  $a_{17} = 5$ . Határozza meg a sorozat differenciáját és a sorozat  $n$ -edik tagját, ha  $n$  tetszőleges pozitív egész szám.  
b) Egy számtani sorozatban  $a_k = l$  és  $a_l = k$ , ahol  $k$  és  $l$  adott, különböző pozitív egész számok. Határozza meg a sorozat differenciáját és a sorozat  $n$ -edik tagját, ha  $n$  tetszőleges pozitív egész szám. 10 pont
5. Oldja meg az egyenleteket a valós számok halmazán  
a)  $\cos^2 x = \sin 2x + \sin^2 x$   
b)  $x^2 = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 3$   
c)  $(\log_3 3x)^2 = \log_3 \frac{x^3}{3} + 4$  27 pont
6. Melyek azok a  $P(x; y)$  pontok, amelyek koordinátái kielégítik az  $\frac{x^2 - y}{|x| - 1} \geq 0$  egyenlőtlenséget? Ábrázolja a megoldáshalmazt a koordinátasíkon! 11 pont
7. Igazoljuk, hogy a kocka egy éle, egy lapátlója és egy testátlója olyan háromszöget határoznak meg, melynek van két merőleges súlyvonala! 14 pont
8. a) Egy szabályos háromszög mindegyik csúcsában ül egy-egy hangya. Egy adott pillanatban mindegyikük elindul egy véletlenszerűen kiválasztott oldalon, és átmászik rajta a szomszédos csúcsba. A hangyák egyenlő valószínűséggel választják az éleket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két hangya találkozik útközben vagy az út végén? 14 pont
- b) Egy tetraéder minden csúcsában ül egy-egy hangya. Egy adott pillanatban mindegyikük elindul egy véletlenszerűen kiválasztott élen, és átmászik rajta a szomszédos csúcsba. A hangyák egyenlő valószínűséggel választják az éleket. Mennyi annak a valószínűsége, hogy két hangya találkozik útközben vagy az út végén?