Matematika felmérő dolgozat 2007. szeptember 3.
ELTE TTK

1. Oldja meg az egyenleteket a valós számok halmazán

   a.) $\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_5 8+\log_5(x-2)$ (7 pont)

   b.) $3+4\cos x+\cos 2x=0$ (7 pont)

2. Oldja meg az egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
   $(x^2-18x+77)\cdot\sqrt{10-x}\geq 0$ (10 pont)

3. Hol helyezkednek el a derékszögű koordináta-rendszer síkjában azok a pontok, amelyek eleget tesznek a következő egyenlőtlenségnek:

   a.) $|x| \geq |y|$ (7 pont)

   b.) $|x+y|\geq 1$ (7 pont)

4. Egy kockát kétszer feldobunk. Melyik valószínűbb: az, hogy a dobott számok összege páros, vagy pedig az, hogy ez az összeg páratlan? (10 pont)

5. Melyek azok a háromszögek, amelyekben az oldalak mértani, a szögek számtani sorozat egymás után következő elemei? (12 pont)

6. Legyen P az egységnyi oldalhosszúságú négyzet belsejében vagy határán fekvő pont. Milyen határok között változhat a P-től a négyzet négy csúcsáig terjedő távolságok négyzetének összege?
   Hol kell P-t kijelölni, hogy ez a négyzetösszeg minimális legyen? (12 pont)

7. Bizonyítsuk be, hogy ha egy pozitív egészekből álló, végtelen sok tagú számtani sorozat tagjai közt van négyzetszám, akkor végtelen sok van! (13 pont)

8. Egy 6×6 mezőből álló sakktáblát hézagmentesen és átfedés nélkül dominólapokkal fedtünk be. Mindegyik dominólap két szomszédos mezőt takar el. Bizonyítsuk be, hogy a mezőket elválasztó 5 vízszintes és 5 függőleges vonal között van olyan, amely egyetlen dominólapot sem vág ketté! (15 pont)

A dolgozat megírására 120 perc áll rendelkezésre. Ennek során zsebszámológépet használhat. Minden egyéb segédeszköz használata tilos! A kijavított dolgozatok megtekinthetők 09.05-én (szerdán) 14h-16h-ig a Déli épület 3.219 szobában

A dolgozatok értékelése: 0-59 pont nem felelt meg 60-84 megfelelt 85-100 kiválóan megfelelt